



**CETM**  
Curso de Especialização em  
Tratamento de Minérios

# Modelamento e simulação de processos

3. Modelagem e simulação

Prof. Dr. André Carlos Silva

# 1. Modelos matemáticos

- Segundo Possa (1995), um modelo pode ser definido como sendo uma **equação**, ou um **conjunto de equações**, que transforma uma entrada de dados (**input**) em uma saída de resultados (**output**), ou seja, é uma descrição matemática criteriosamente simplificada de um fenômeno e que expressa os mecanismos envolvidos, a partir de conhecimentos do fenômeno já **previamente adquiridos**.

# 1. Modelos matemáticos

- Segundo Luz et al. (2004), os modelos costumam ser classificados em três tipos distintos quanto ao seu embasamento teórico, que são:

# 1. Modelos matemáticos

- **Modelos fundamentais, teóricos ou de fenômenos de transporte** – são consideradas as leis básicas da física e a química que caracterizam o processo, sendo os parâmetros de entrada obtidos através de experimentos ou de dados da literatura e assim, válidos para uma ampla faixa de valores de parâmetros constituintes do modelo.

# 1. Modelos matemáticos

- **Modelos fenomenológicos** – são baseados na teoria do processo, mas utilizam parâmetros cujos valores devem ser obtidos no próprio processo. Os modelos fenomenológicos são poderosos e representam o modelo de forma realista, sendo capazes de realizar extrapolações. O modelo fenomenológico pode ser obtido através de leis da conservação da massa, da energia e do movimento.

# 1. Modelos matemáticos

- **Modelos empíricos** – são baseados em dados experimentais obtidos no próprio processo. Estes dados são correlacionados, geralmente, através do emprego de técnicas de regressão, associando parâmetros de desempenho do processo com as variáveis operacionais. Este tipo de modelo é restrito, não podendo ser extrapolado para condições sob as quais as variações dos parâmetros não foram estudadas.

# 1. Modelos matemáticos

- No processamento mineral os modelos mais utilizados são os fenomenológicos e os empíricos, ou ainda, a combinação destes modelos, face à simplificação dos mesmos.
- Os modelos fundamentais são pouco empregados devido à grande complexidade dos mecanismos envolvidos nos processos.

# 1. Modelos matemáticos

- Os modelos também podem ser classificados quanto ao regime dos processos em modelos em estado de equilíbrio e dinâmico, sendo que neste último caso são considerados os distúrbios que ocorrem durante o processo, gerando uma dependência em relação ao tempo.

## 2. Simulação computacional

- Quando os valores de entrada de um modelo são modificados através das equações matemáticas que o regem, tem-se uma simulação matemática.
- No entanto, tais equações podem estar contidas em um programa de computador, originando assim, a simulação computacional.
- A simulação de um processo físico é um modelo matemático que representa, de forma simplificada, o comportamento de um processo.

## 2. Simulação computacional

- No final da década de 60 (Possa, 1995 e Carrisso, 1995) a simulação começou a ser implantada de maneira significativa no tratamento de minérios como consequência da difusão da computação.

## 2. Simulação computacional

- Até então, o processo fora lento porque era difícil desenvolver modelos precisos e os computadores de grande porte eram restritos a um pequeno número de técnicos e pesquisadores interessados no assunto.

## 2. Simulação computacional

- Este obstáculo veio sendo minimizado ano a ano graças ao desenvolvimento de computadores pessoais (PC's) com capacidade de executar grandes números de operações matemáticas em tempos cada vez mais diminutos, sendo que o custo destas máquinas também sofreu um declínio vertiginoso.

## 2. Simulação computacional

- O desenvolvimento de máquinas baratas e velozes proporcionou um campo fértil para o desenvolvimento de programas de simulação que possibilitaram a realização de muitas pesquisas e o seu emprego em diversas usinas e projetos de engenharia.

## 2. Simulação computacional

- Deve ser enfatizado que a simulação é uma ferramenta que auxilia os trabalhos de um pesquisador.
- Ela **não substitui os ensaios tradicionais**, mas é um complemento muito importante que promove a redução do tempo de pesquisa e a avaliação dos resultados dos ensaios.

## 2. Simulação computacional

- Através destes ensaios serão definidos os parâmetros do modelo, que por sua vez, fornecerão uma nova e conveniente quantificação do desempenho do processo simulado.
- Cabe ressaltar que a simulação é empregada hoje em dia em todas as áreas da ciência, não se restringindo à engenharia.

## 2. Simulação computacional

- Uma vantagem da simulação é a perfeita reprodutibilidade de um ensaio simulado.
- Tomando-se como exemplo um peneiramento de uma amostra devidamente quarteada e homogeneizada, é estatisticamente improvável que os peneiramentos das quatro alíquotas sejam iguais.

## 2. Simulação computacional

- Por outro lado, se o mesmo peneiramento fosse uma simulação, poder-se-ia repetir o mesmo ensaio, obtendo os mesmos resultados, quantas vezes fossem necessárias.

## 2. Simulação computacional

- Uma vez que se cria um programa computacional para a simulação de um fenômeno, ou seja, um simulador, tem-se início à fase de validação do programa e do modelo matemático por detrás do simulador.

## 2. Simulação computacional

- É nesta fase que o simulador deverá ser alimentado com dados práticos, devidamente conhecidos e os resultados gerados pelo simulador deverão condizer com os resultados práticos obtidos.

## 2. Simulação computacional

- Percebe-se que a integridade de ambos, modelo e simulador, depende estritamente da representatividade dos dados que alimentarão e validarão o simulador.

## 2. Simulação computacional

- Cabe notar que ao se criar um simulador pode-se cometer erros tanto na fase de criação do modelo matemático quanto na fase da implementação computacional deste, sendo assim necessária uma intensa análise crítica do simulador e do modelo, a fim de que o simulador possa ter um alto nível de confiabilidade.